

MATRITSA VA DETERMINANTLARNING IQTISODIYOTDAGI TADBIQLARI

Shaxriyor Sobirovich Jalilov, Alfiya Shermurotovna Xudoyberdiyeva

(“TIQXMMI” MTUning Qarshi irrigatsiya va agrotexnologiyalar instituti)

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada biz matritsa va determinantlarning iqtisodiyotdagi tadbiqlariga doir masalalarni ko'rib chiqamiz. Albatta, matematika alohida dunyoqarashga ega, lekin iqtisodchi mutaxassislar uchun matematika bu tahlillar, boshqarishni rejalashtirish va tashkillashtirishlardan iborat. Ma'lumki real obyektlar juda murakkab bo'ladi. Ularni o'rghanish uchun modellar yasaladi. Modellarni o'rghanish natijasida obyektlarga nisbatan xulosalar chiqariladi.

Kalit so'zlar: Matritsa, determinant, model, obyekt.

Ushbu maqolada biz matritsa va determinantlarning iqtisodiyotdagi tadbiqlariga doir masalalarni ko'rib chiqamiz. Matrisalarni qo'shish va ayirish amallari *bir xil o'lchamli matrisalar* uchun kiritiladi. Bunda yig'indi matrisa qo'shiluvchi matrisalar bilan bir xil o'lchamda bo'ladi.

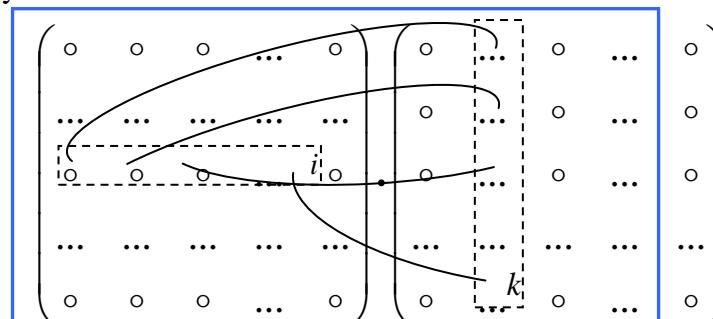
1-ta'rif. $A = (a_{ij})$ va $B = (b_{ij})$ matrisalarning yig'indisi deb, elementlari $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ kabi aniqlanadigan $C = A + B$ matrisaga aytildi.

2- ta'rif. $A = (a_{ij})$ matrisaning λ songa ko'paytmasi deb, elementlari $c_{ij} = \lambda a_{ij}$ kabi aniqlanadigan $C = \lambda A$ matrisaga aytildi.

3-ta'rif. $m \times p$ o'lchsamli $A = (a_{ij})$ matrisaning $p \times n$ o'lchamli $B = (b_{jk})$ matrisaga ko'paytmasi AB deb, elementlari

$$c_{ik} = a_{i1}b_{1k} + a_{i2}b_{2k} + \dots + a_{ip}b_{pk} = \sum_{r=1}^p a_{ir}b_{rk}, \quad i = 1, \dots, m, \quad k = 1, \dots, n$$

(qo'shiluvchlari quyidagi sxemada keltirilgan) kabi aniqlanadigan $m \times n$ o'lchsamli $C = (c_{ik})$ matrisaga aytildi.



1-Masala. Xo’jalikdagi 3 ta sigirdan sut sog’ilishi miqdori va undagi yog’ va oqsil moddalar quyidagi jadval sifatida berilgan bo’lsin.

| | Sog’ilgan sut miqdori l. | Yog’liligi % | Oqsil % |
|---------|--------------------------|--------------|---------|
| Govmush | 50000 | 4,2 | 3,4 |
| Qashqa | 4260 | 4,0 | 3,5 |
| Merka | 4850 | 3,8 | 3,6 |

Barcha sutdagi umumiy yog’ va oqsil miqdorlarini aniqlang.

Umumiy yog’ va oqsil miqdorlarini aniqlash uchun quyidagi matrisalarni tuzamiz:

$$A = (5000 \quad 4260 \quad 4850), \quad B = \begin{pmatrix} 0,042 & 0,034 \\ 0,04 & 0,035 \\ 0,038 & 0,036 \end{pmatrix}$$

Ularni ko’paytmasi bilan barcha sutdagi umumiy yog’ va oqsil miqdorlarini aniqlaymiz.

$$A \cdot B = (5000 \quad 4260 \quad 4850) \cdot \begin{pmatrix} 0,042 & 0,034 \\ 0,04 & 0,035 \\ 0,038 & 0,036 \end{pmatrix} = (564,7 \quad 493,7)$$

Demak hosil bo’lgan satr-matrisa sutdagi umumiy yog’ va oqsil miqdorlarini beradi. Bundan kelib chiqadiki sutda 564,7 l yog’ va 493,7 l oqsil bor ekan.

2-Masala. Xo’jalikda paxta, bug’doy, sholi ekiladi. Yillik reja shartli birliklarda $X = (12, 4, 5)$ satr-matrisa orqali berilgan bo’lib, butun texnologik jarayonda har bir shartli birlik mahsulot uchun sarflangan mablag’ shartli birliklarda quyidagi jadval orqali berilgan. Sarflangan mablag’lar qanday hisoblanadi?

| | Urug’ uchun | Qo’l mehnat uchun | Mex. Mehnat uchun | Sug’orish | O’g’it uchun |
|---------|-------------|-------------------|-------------------|-----------|--------------|
| Paxta | 2 | 5 | 6 | 3 | 3 |
| Bug’doy | 3 | 0 | 4 | 1 | 1 |
| Sholi | 4 | 4 | 1 | 5 | 1 |

Yechish: Texnologik jarayon deb urug’ ekishdan boshlab, to hosilni yig’ib olguncha bo’lgan barcha ishlar yig’indisiga aytildi.

Barcha xarajatlar matrisasini jadvaldan foydalangan holda

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

ko’rinishda yozib olamiz. Yuqorida yillik reja shartli birliklarda $X = (12, 4, 5)$ satr-matrisa orqali berilgan, demak sarflangan mablag’larni hisoblash uchun X va A matrisalar ko’paytmasidan foydalanib topamiz.

$$X \cdot A = (12 \ 4 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix} = (56 \ 80 \ 93 \ 65 \ 45)$$

Shunday qilib javob $(56 \ 80 \ 93 \ 65 \ 45)$ satr-matrisa ko’rinishda bo’ladi.

3-Masala. T vaqtida neftga bo’lgan talab chiziqli bo’lsin

$$q^t = \beta_0 + \beta_1 x_1^t + \beta_2 x_2^t + \beta_3 x_3^t + \beta_4 x_4^t + \beta_5 x_5^t$$

bu yerda yuqorigi indekslardagi t vaqt davrni ifodalaydi (darajani emas),

x_1 = neft narxi, x_2 = o’rtacha daromad, x_3 = o’rinbosar yoqilg’i narxi,

x_4 = komplemanin narxi (masalan, avtomobil) va x_5 = aholi.

Neftga bo’lgan t vaqtdagi bu chiziqli talab vektor ko’rinishida quyidagicha ifodalanishi mumkin

$$q^t = \beta x^t = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4 \ \beta_5] \begin{bmatrix} 1 \\ x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \\ x_4^t \\ x_5^t \end{bmatrix}$$

Neftga bo’lgan talab (million barrelda) ni $q = \beta x$ modelida tushuntirish mumkin va bunda

$$\beta = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4 \ \beta_5] = [4,2 \ -0,1 \ 0,4 \ 0,2 \ -0,1 \ 0,2]$$

bo’lsin, deb faraz qilaylik.

Tavsiflovchi o’zgaruvchilar vektori

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \\ x_4^t \\ x_5^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 30 \\ 18,5 \\ 52 \\ 12,8 \\ 61 \end{bmatrix}$$

bo’lganda neftga bo’lgan talabni hisoblash talab qilingan bo’lsin.

Yechish. Neftga bo’lgan talabni quyidagicha hisoblanadi

$$q = \beta x = [4,2 \quad -0,1 \quad 0,4 \quad 0,2 \quad -0,1 \quad 0,2] \begin{bmatrix} 1 \\ 30 \\ 18,5 \\ 52 \\ 12,8 \\ 61 \end{bmatrix} = [29,92]$$

Shunday qilib javob 29,92 million barrel.

4-Masala. Telefon apparatlarini ta'mirlovchi usta 70% telefonlarni past darajada, 20% o'rta darajada va 10% to'liq ta'mirdan chiqardi. Statistik ma'lumotlarga ko'ra 70% past darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 10% past darajada, 60% o'rta darajada, 30% ni to'liq ta'mirlashadi. O'rta darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 20% past darajada, 50% o'rta, 30% ni to'liq ta'mirlashadi. To'liq ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 60% past darajada, 40% o'rta darajada ta'mirlashadi. Agar masala sharti shu tarzda davom etsa 1, 2, 3 – yillardan keyingi har bir darajada ta'mirlangan telefonlar ulushini aniqlash talab qilingan bo'lsin.

Yechish. 1, 2, 3 – yillardan keyingi har bir darajada ta'mirlangan telefonlar ulushini aniqlashda matrisalar algebrasidan foydalanish qulay hisoblanadi.

$X_0 = (0,7 \quad 0,2 \quad 0,1)$ satr-matrisa orqali dastlabki ta'mirdan chiqqan telefon apparatlarini belgilaymiz.

70% past darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 10% past darajada, 60% o'rta darajada, 30% ni to'liq ta'mirlash, o'rta darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 20% past darajada, 50% o'rta, 30% ni to'liq ta'mirlash va to'liq ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 60% past darajada, 40% o'rta darajada ta'mirlashlarni

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,6 & 0,4 & 0 \end{pmatrix}$$

matrisa ko'rinishda yozib olsak, u holda 1, 2, 3 – yillardan keyingi har bir darajada ta'mirlangan telefonlar ulushi quyidagicha topiladi:

$$X_1 = X_0 \cdot A = (0,17 \quad 0,56 \quad 0,27)$$

$$X_2 = eX_1 \cdot A = (0,291 \quad 0,490 \quad 0,219)$$

$$X_3 = X_2 \cdot A = (0,2585 \quad 0,5072 \quad 0,2343).$$

Adabiyotlar

1. A.Soleyev, X.Nosirova, Ya.Muxtorov, T.Buriyev. MATEMATIKA (iqtisodchilar uchun amaliy mashg'ulotlar). Samarqand 2017-y.

2. Iqtisodchilar uchun matematika. T. 2016-y
3. X.M.Shodimetov, N.A.Asqarov, B.N.Abduqayumov. IQTISODIY-MATEMATIK USULLAR VA MODELLAR Toshkent 2010
4. Карасев А. И. и др. «Математические методы и модели в планировании», «Экономика», 1987